

Algorithmes pour la Programmation Graphique

**Niveau L2, semestre 1, Licence Informatique & Vidéoludisme,
Université Paris 8**

Objectifs (on peut ajouter des choses)

- Généralités sur l'image et la synthèse d'images
- Introduction à l'Analyse Discrète Différentielle
- Introduction à la géométrie algorithmique
 - Découpage de l'espace, triangulation, intersection/collision, ...
- Automates cellulaires, courbes paramétriques, génération procédurale ...
- Spécification et réalisation d'un pipeline de rendu
 - Remplissage du triangle, coloriage par dégradé (interpolation), textures, ombrage, transformations spatiales
- Application du remplissage de triangles, exemple : morphing

Comment ?

- Présentation de concepts/notions
- Cas pratiques (implémentation)
 - On programmera en C
 - On utilisera GL4D 🤖
 - TP/DM notés
- Gros DM final utilisant les implémentations réalisées au cours du semestre
- Les rendus seront effectués par le biais du moodle du cours.

L'image numérique 🙄

- On va regarder du côté de **wiki**
- Quel est l'objet de ce cours : le **Computer Graphics**

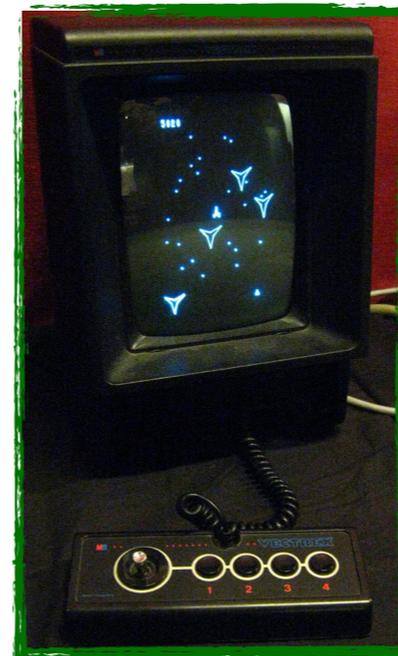
- L'image vectorielle

- Le Vectrex

<https://www.youtube.com/watch?v=dBLqZrdGhEA>

- Rien depuis ?

- L'image Bitmap (matricielle 🤢)



Tableau, grille, ... de points colorés -> les pixels

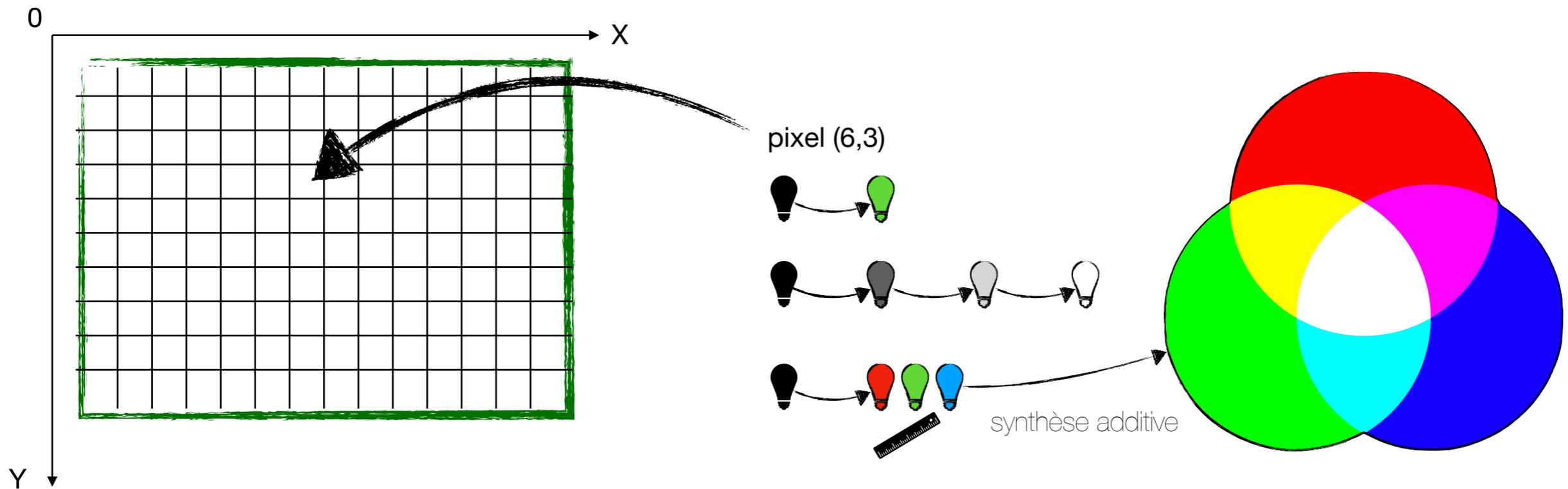
Monochrome (fin '70, début '80), palette de couleurs, 16M de couleurs ...

Le pixel

- ***Picture Element***

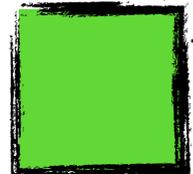
- Le pixel = allumé/éteint (bit, d'où Bitmap) | intensité | intensités

- Physique (1px $\varphi \rightarrow$ 1px logique) ou Simulé (X px $\varphi \rightarrow$ 1px logique, $X \in \mathbb{R}^*$, \Rightarrow interpolation)



Le pixel

pixel

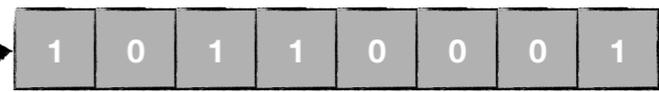


un bit (on/off)
Bitmap



1 octet -> 8 pixels

un byte (8 bits)
d'intensités de blancs
Grayscale 256 niveaux

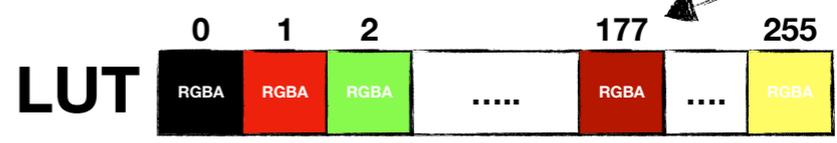


1 octet -> 1 pixel gris, intensité = 177 / 255

un byte (8 bits)
de couleurs indexées
IndexColor 2 à 256



1 octet -> 1 pixel n°177, aller voir la LUT
LUT = Look Up Table ou table d'indirection

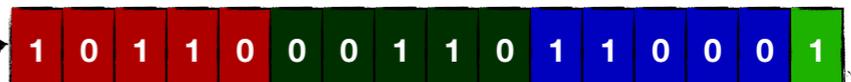


deux bytes (16 bits)
d'intensités de blancs
Grayscale 65K niveaux



2 octets -> 1 pixel gris, intensité = 45489 / 65535
256 fois plus de détail dans la variation

deux bytes (16 bits)
5 bits / composante R,G,B
1 bit : transparent / opaque
16 bits color



2 octets -> 1 pixel ici opaque,
R = 22/31, G = 6/31, B = 24/31



le pixel

3 bytes (24 bits)
8 bits / composante R,G,B
16M colors



3 octets -> 1 pixel,
R = 255/255, G = 127/255, B = 0/255

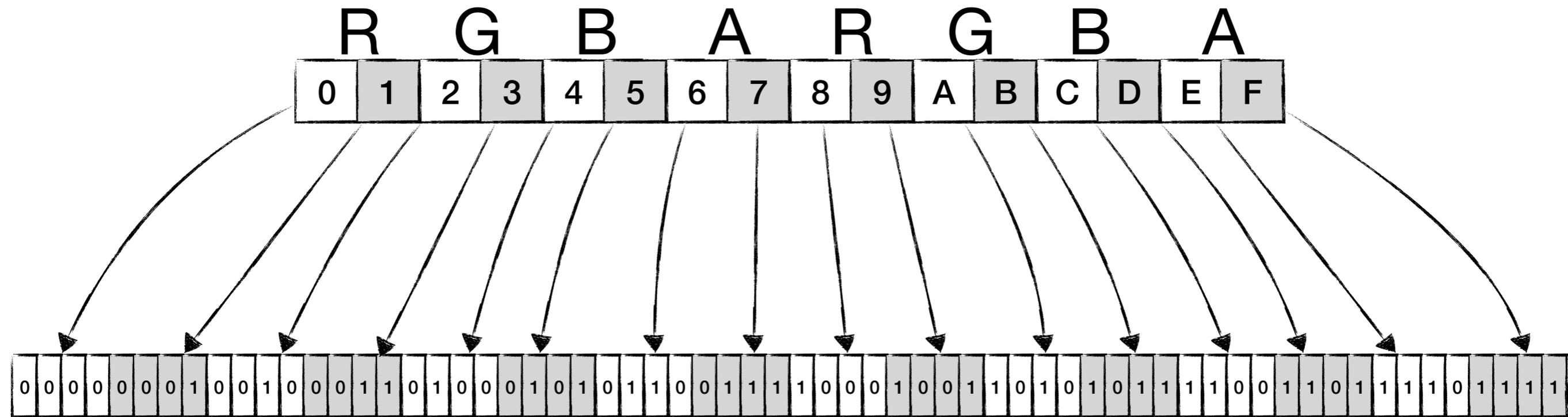


le pixel

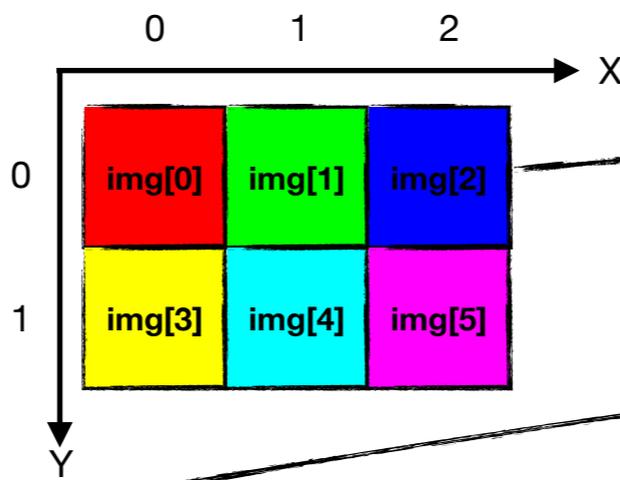
4 bytes / 1 int (32 bits)
8 bits / comp. R,G,B et A
16M colors + alpha

//
+ 256 niveaux d'alpha pour le mélange de couches d'images

Le pixel



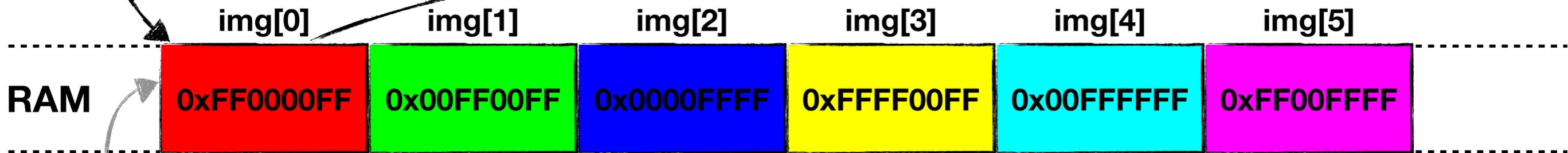
Le pixel



Ce qu'on imagine

En RAM

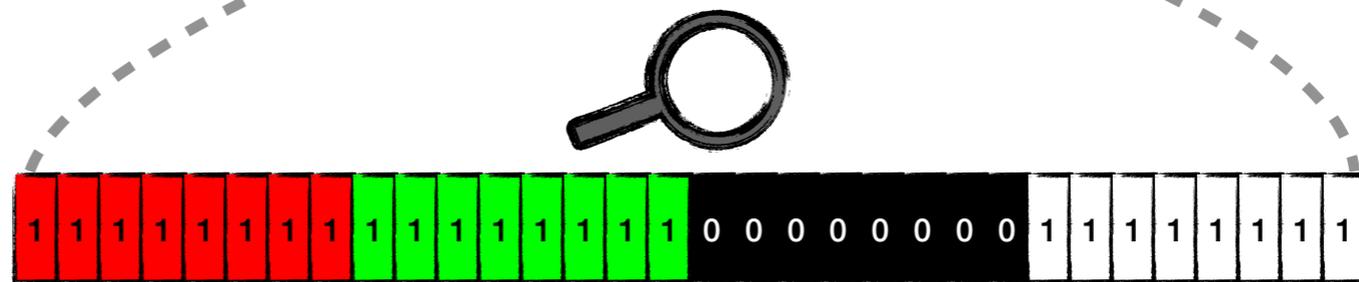
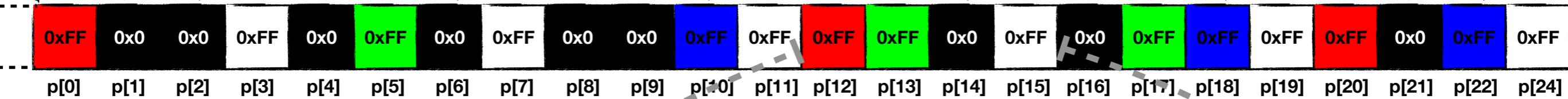
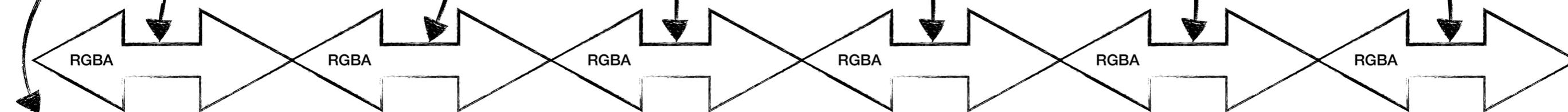
`int32_t* img` (cf. `stdint.h`)



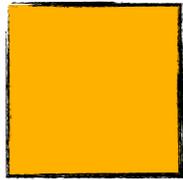
RAM

aussi, car la même chose

`int8_t* p = (int8_t*)img`



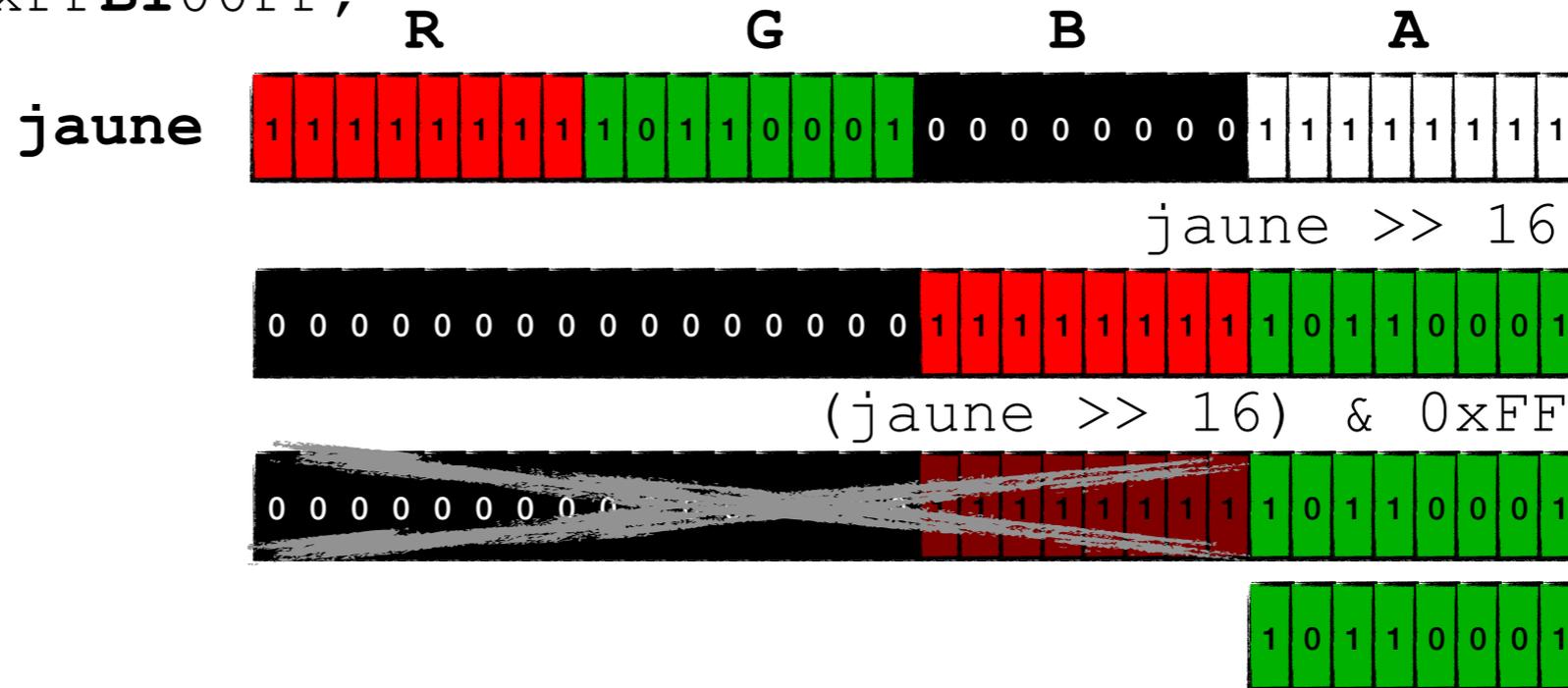
Le pixel



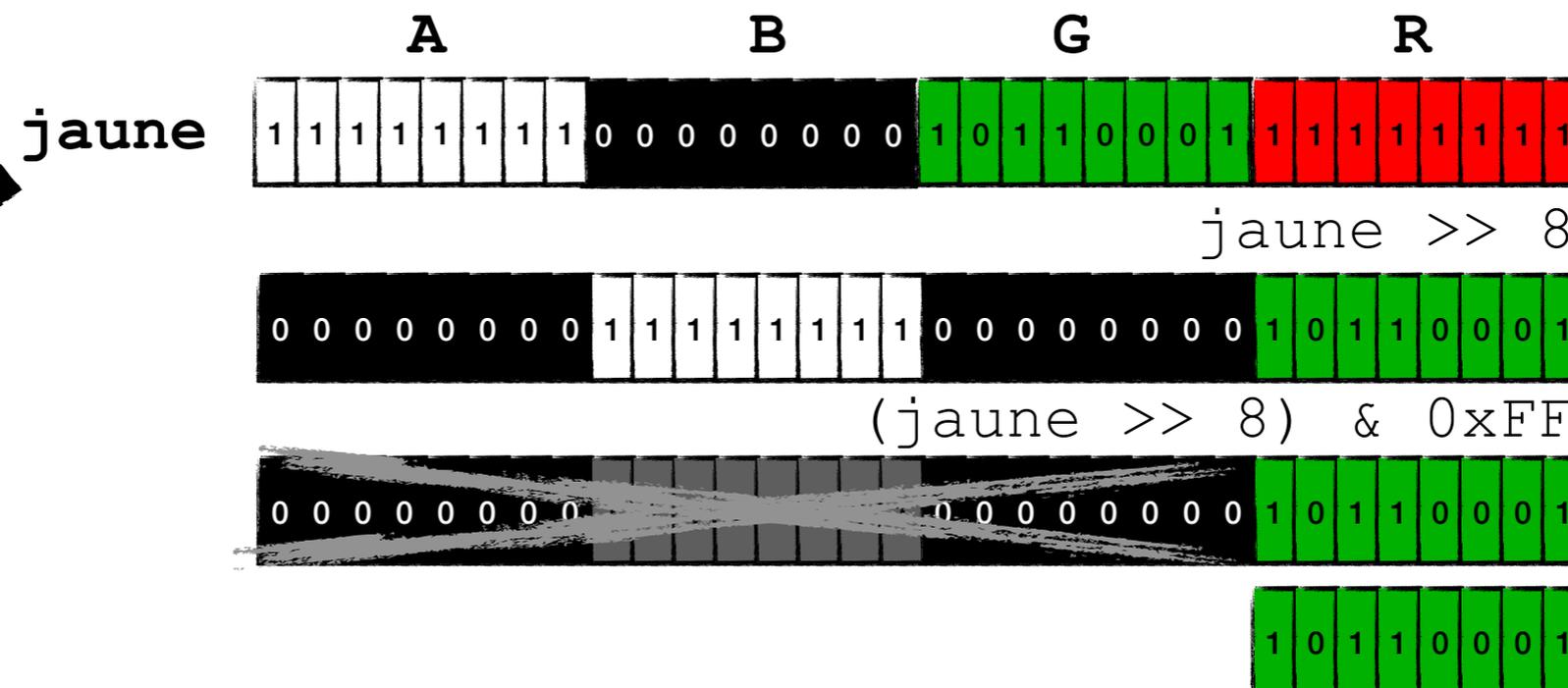
Récupérons la composante verte de ce jaune

```
int32_t jaune = 0xFFB100FF;
```

BIG-ENDIAN

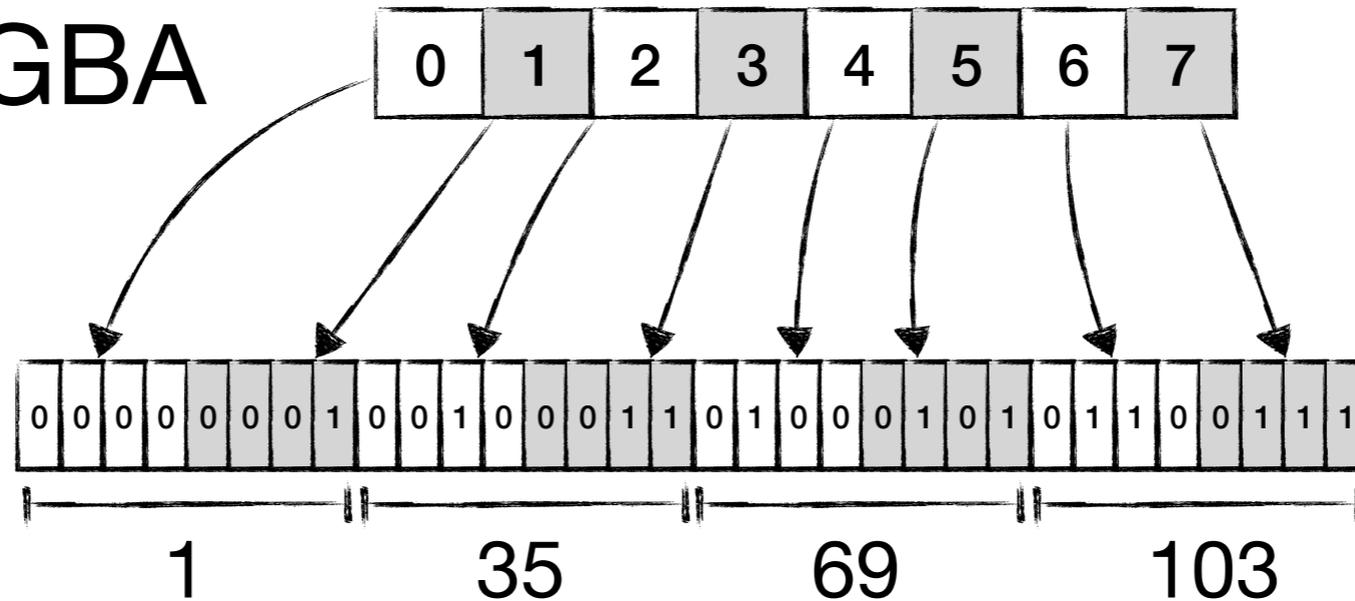


LITTLE-ENDIAN



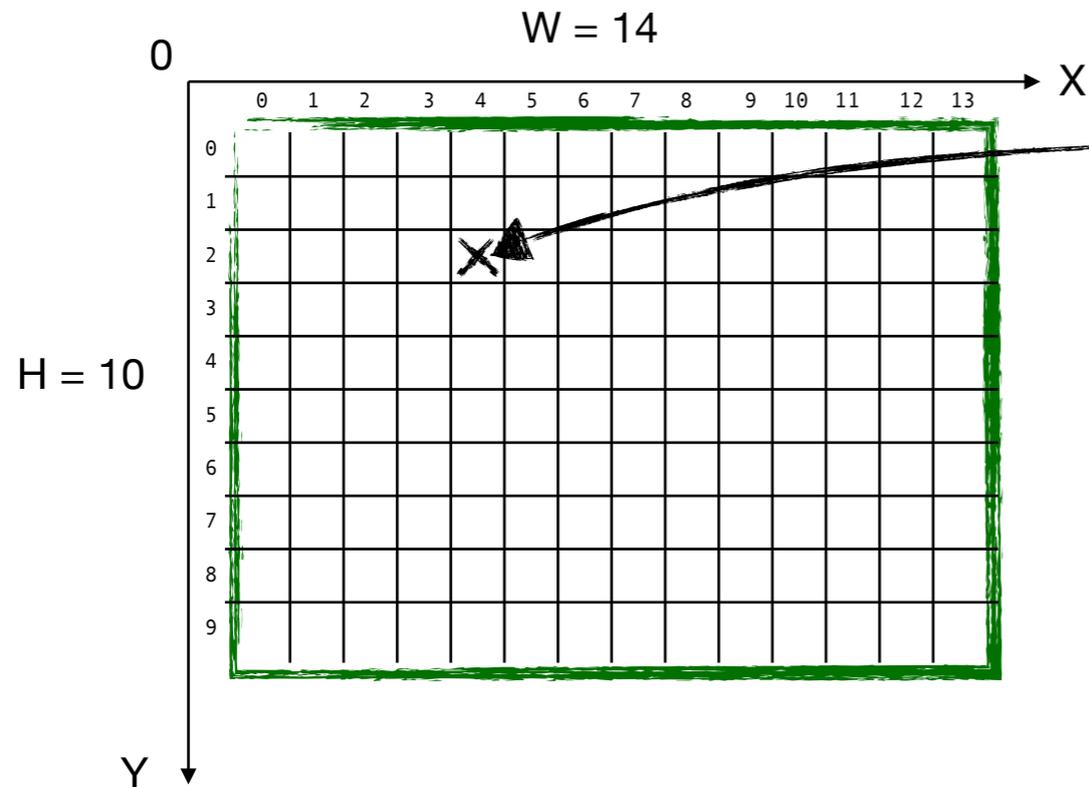
Le pixel — un peu de pratique

1 RGBA



```
#include <stdint.h>
#include <stdio.h>
int main(void) {
    char imgc[] = { 1, 35, 69, 103 }, * pc;
    int32_t imgi = { 1 << 24 | 35 << 16 | 69 << 8 | 103 }, * pi, i;
    pc = (char *)&imgi;
    pi = (int32_t *)&imgi;
    for(i = 0; i < 4; ++i)
        printf("imgc[%d] = %d \t pc[%d] = %d\n", i, imgc[i], i, pc[i]);
    printf("imgi = %d \t *pi = %d\n", imgi, *pi);
    return 0;
}
```

Le pixel dans la grille

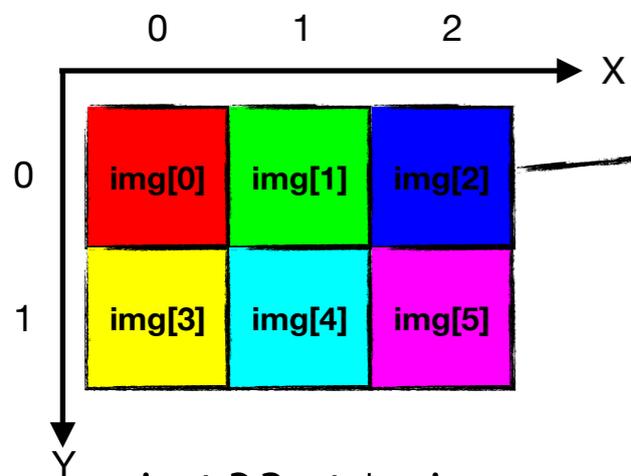


Case d'indice $i = 32$

En même temps, ses coordonnées dans la grille sont $x = 4$ et $y = 2$

Comment avec 4 et 2 arriver à 32 et inversement ???

$(2 \times 14 + 4 = 32)$... trouvez comment faire :
 $(x, y) \rightarrow i$ et $i \rightarrow (x, y)$



Ce qu'on imagine

Ce qu'on a en RAM

`int32_t* img`

`img[0]`

`img[1]`

`img[2]`

`img[3]`

`img[4]`

`img[5]`

RAM

`0xFF0000FF`

`0x00FF00FF`

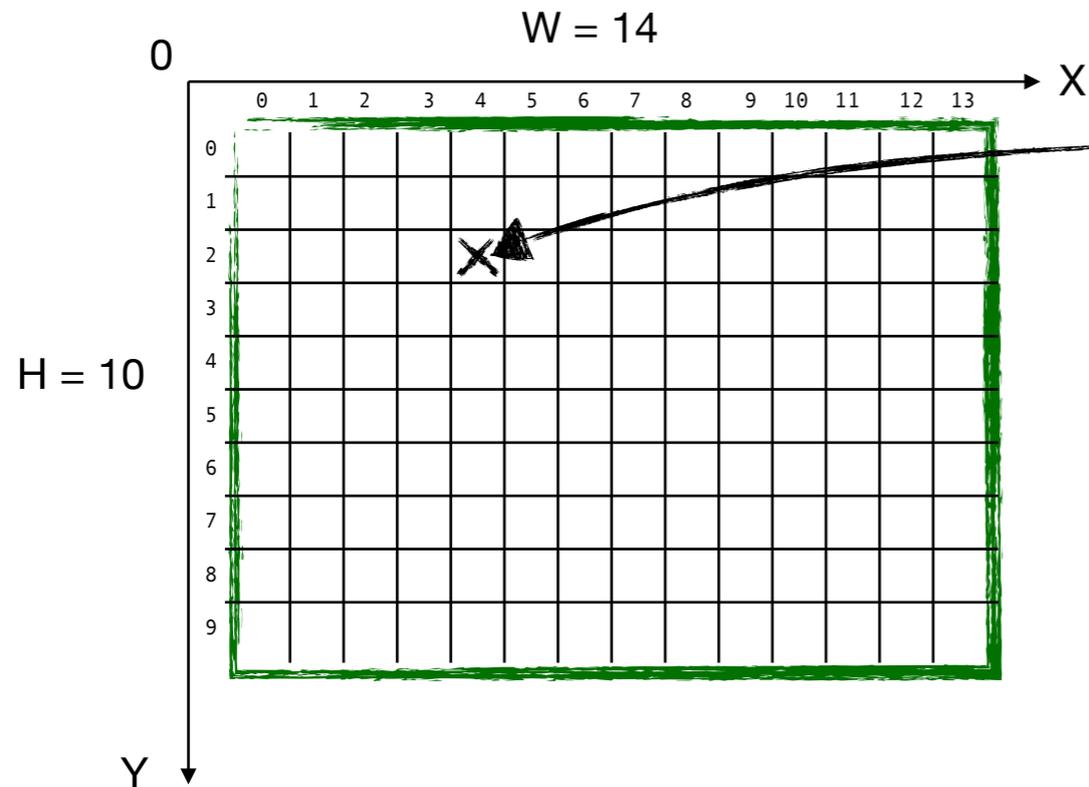
`0x0000FFFF`

`0xFFFF00FF`

`0x00FFFFFF`

`0xFF00FFFF`

Le pixel dans la grille



Case d'indice $i = 32$

En même temps, ses coordonnées dans la grille sont $x = 4$ et $y = 2$

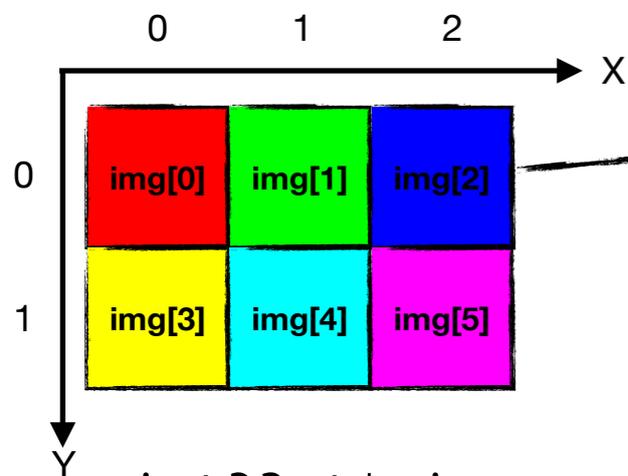
Comment avec 4 et 2 arriver à 32 et inversement ???

$(2 \times 14 + 4 = 32)$... trouvez comment faire :

$(x, y) \rightarrow i$ et $i \rightarrow (x, y)$

$$\text{Pour } (x, y) \rightarrow i = y \times W + x$$

$$\text{Pour } i \rightarrow \begin{cases} x = i \% W \\ y = \lfloor i / W \rfloor \end{cases}$$



Ce qu'on imagine

Ce qu'on a en RAM

`int32_t* img`

`img[0]`

`img[1]`

`img[2]`

`img[3]`

`img[4]`

`img[5]`

RAM

`0xFF0000FF`

`0x00FF00FF`

`0x0000FFFF`

`0xFFFF00FF`

`0x00FFFFFF`

`0xFF00FFFF`

La pratique : codes utilisés pour ce cours

Cloner le dépôt GIT suivant (tout y est/sera) :

<https://code.up8.edu/amsi/capg>



/*

- * Pour vous entraîner, il m'arrive de mettre de « petits » exercices dans les
 - * commentaires, directement dans le code.
 - * De manière générale, essayez de lire le maximum de choses dans le code donné,
 - * surtout n'hésitez pas à poser des questions sur ce que vous ne saisissez pas.
- */

Un peu de pratique (rapide)

Dans le dépôt GIT du cours, le dossier

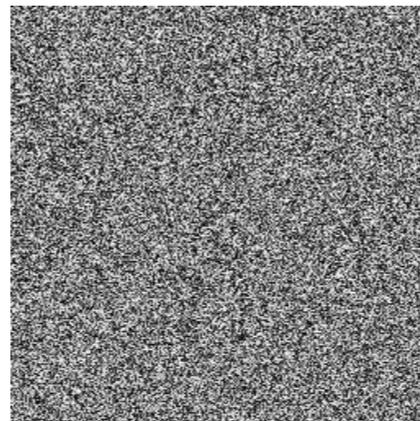
`00_basiques/static_2d_array-1.0`

PUIS

```
/*  
* Exercice : modifier la fonction afficher pour qu'elle soit moins  
* "rigide" et faire en sorte que le parcours se fasse en une simple  
* boucle de 0 à n - 1 où n = w * h.  
*  
* Attention à ne pas oublier le saut de ligne à fin de chacune des lignes de l'image.  
*/
```

Essayez ce code puis le modifier 1/2

Dans le dépôt GIT du cours, le programme
`00_basiques/remplissage-1.0`
produit deux fichiers `bmp` (`resu1.bmp` et `resu2.bmp`) ressemblant à :



```
/*  
* Exercice 1 : faire en sorte de remplir l'image avec un dégradé horizontal.  
*/
```

Faire l'exercice, le résultat attendu ressemble à :

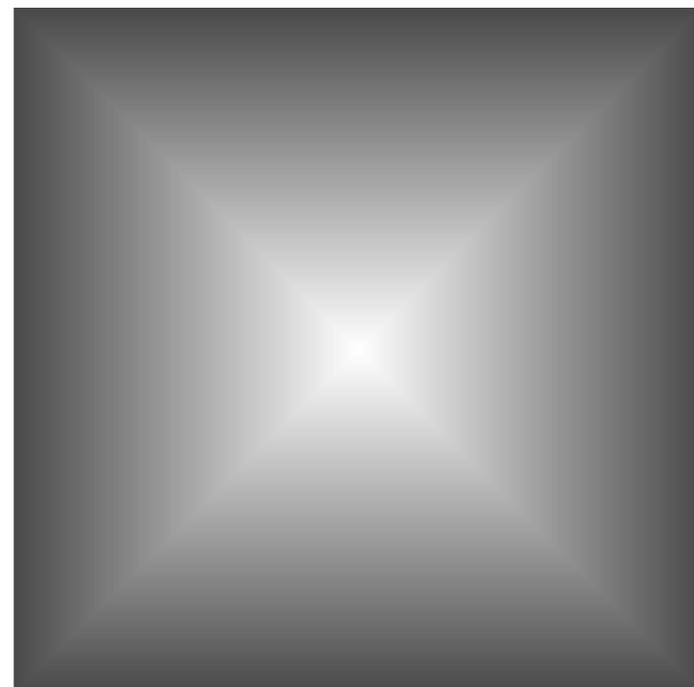
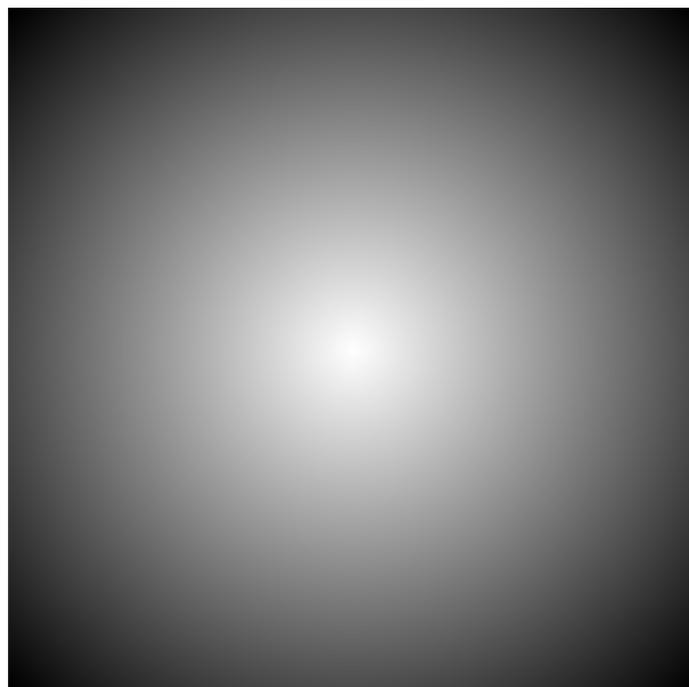


Essayez ce code puis le modifier 2/2

Toujours à partir de ce code
`00_basiques/remplissage-1.0`

```
/*  
* Exercice 2 (plus compliqué) : faire en sorte de remplir l'image avec un  
* dégradé radial et/ou carré, partant du centre de l'image.  
*/
```

Les résultats attendus ressemblent à :



La droite (rappels)

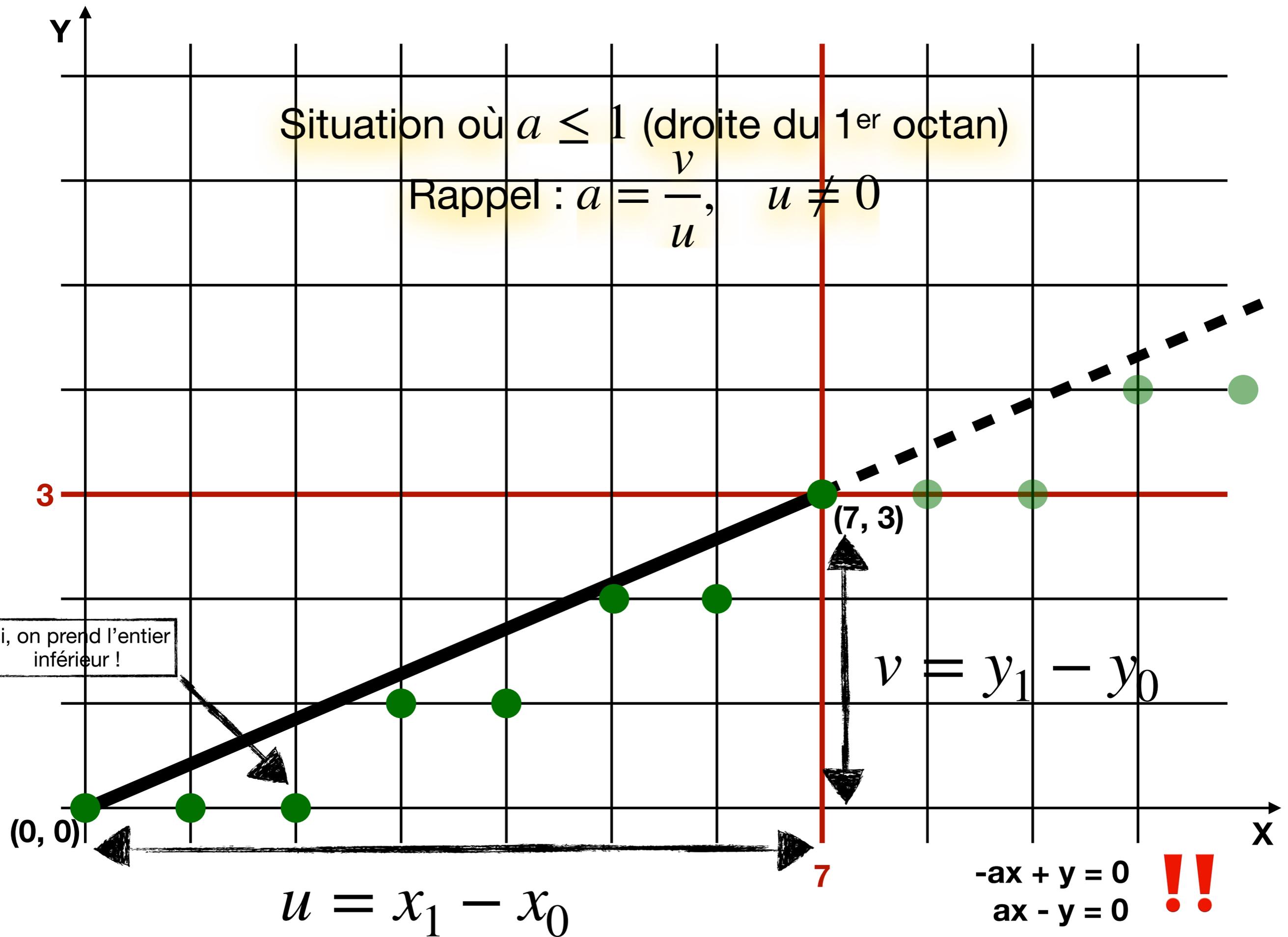
- L'équation ? (Ou les équations)
 - $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3, ax + by + c = 0 \quad (1)$
 - Sinon sous la forme d'une fonction affine
 $y = f(x) = ax + b \quad (2)$
où a est le coefficient directeur (ou la pente) et b est l'ordonnée à l'origine (où la droite coupe l'axe des ordonnées - ou axe des y)
 - MAIS on peut simplifier : $y = ax + b \iff y - b = ax$
on pose $y' = y - b$ (soit $y = y' + b$) alors on utilise simplement $y' = ax$
 - En résumé, on peut toujours ramener cette fonction affine vers le cas particulier d'une fonction linéaire puis refaire un changement de variable au moment du dessin ($y = y' + b$), soit décaler y de b au moment de colorier le « pixel ». Partons donc sur $y = f(x) = ax \quad (3)$

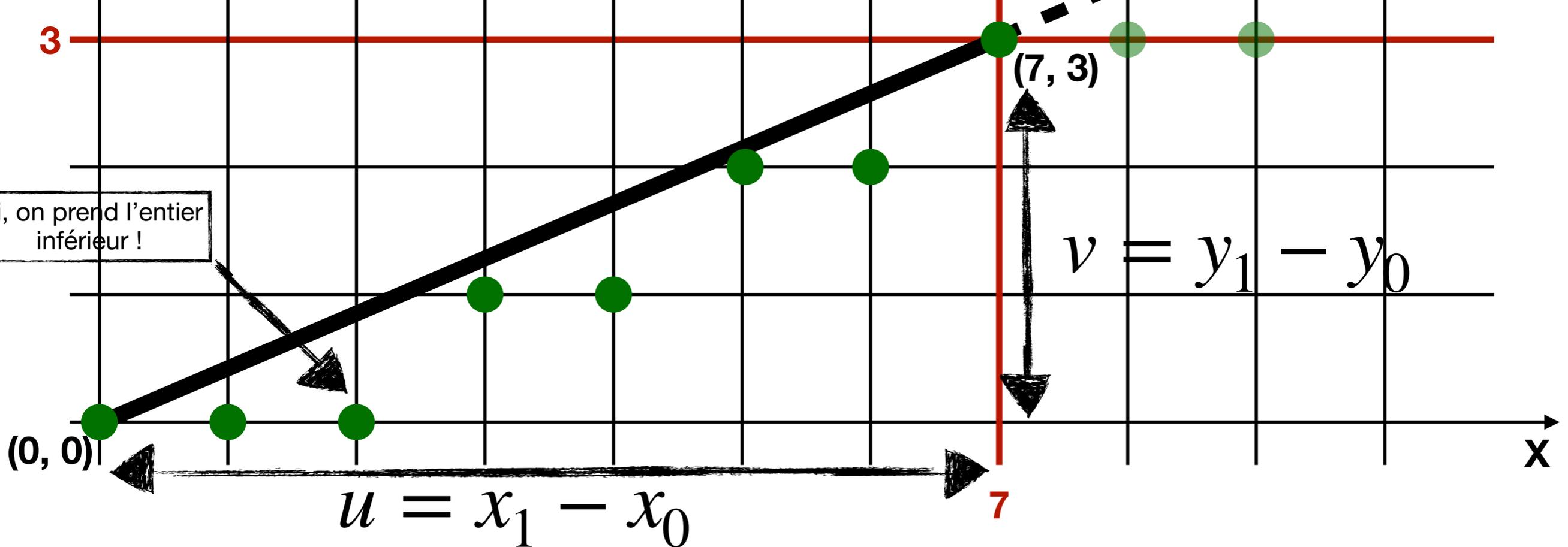
La droite (rappels)

- Du coup, la pente a (ou coefficient directeur) ?
Qu'exprime-t-il ?
 - Combien de déplacements dv , effectués verticalement, pour combien de déplacements du , effectués horizontalement.
 - a est donc le rapport dv sur du !
$$a = \frac{dv}{du}$$
 ou plus généralement noté $a = \frac{v}{u}$

Le segment de droite

- N'est pas une droite !
 - On part de (x_0, y_0) , pour arriver à (x_1, y_1) ou inversement :)
 - On peut en déduire que le déplacement vertical est $v = y_1 - y_0$ et que le déplacement horizontal est $u = x_1 - x_0$
 - Donc $a = \frac{v}{u} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$ (attention à $u = x_1 - x_0 = 0$)





$$a = \frac{v}{u}, \quad u \neq 0, \text{ ici nous soulignons le fait que } y = ax \text{ est un rationnel, donc flottant (float)}$$

Partant de la relation $y = ax$, nous constatons ici que x démarre à 0 et **augmente de un en un** jusqu'à **atteindre** u . Un entier (`int`) suffit donc à stocker les valeurs pour x .

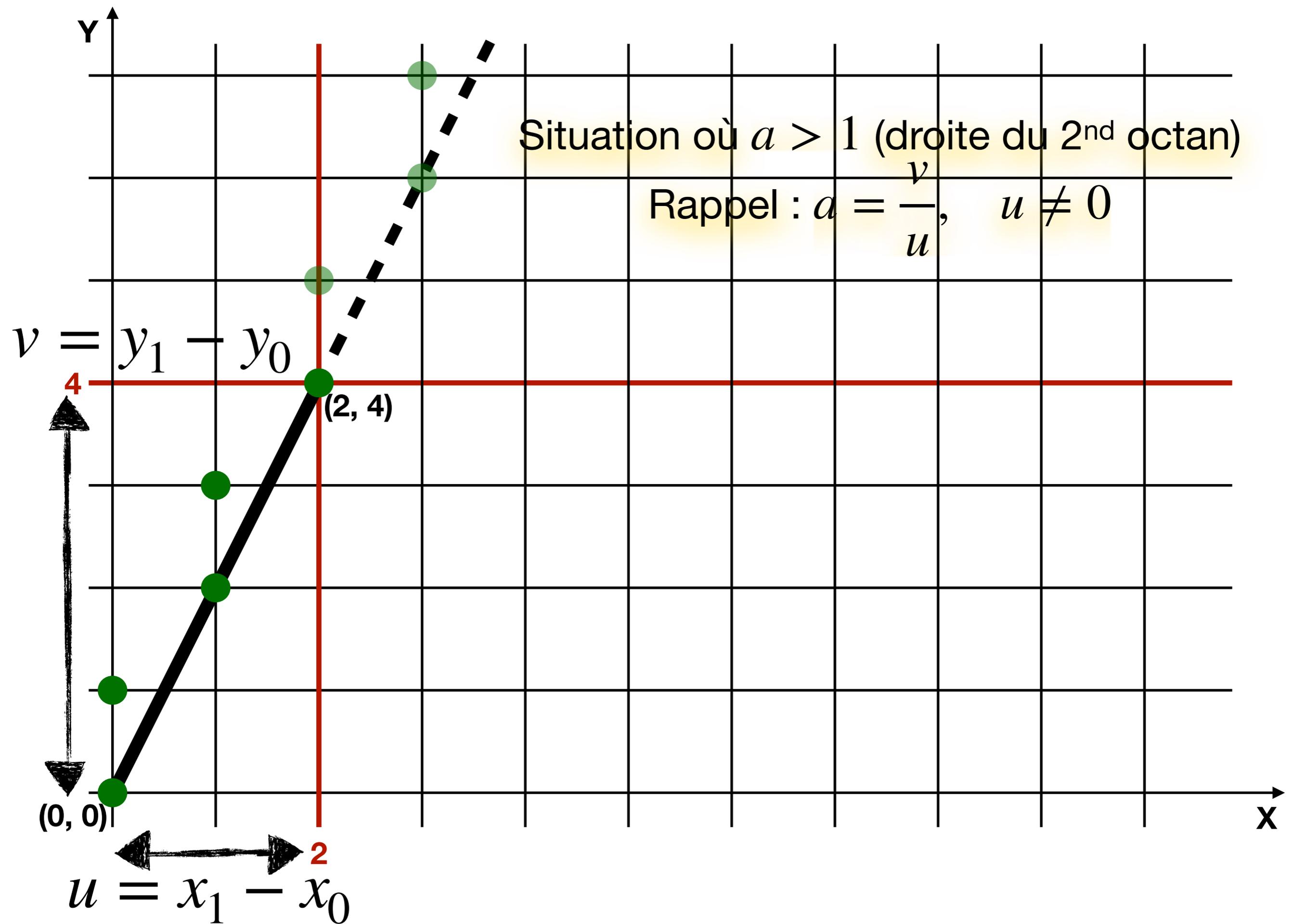
Concernant y , soit ① nous calculons $y = ax$ pour chaque valeur de x (un entier fera l'affaire pour y — multiplication flottante *castée* dans un entier), soit ② nous considérons y comme un flottant qui démarre à `0.0f` et qui est incrémenté de a à chaque itération de x (ici si y est entier, le cast l'empêchera d'avancer, dans tous les cas sauf quand $a = 1$, donc non).

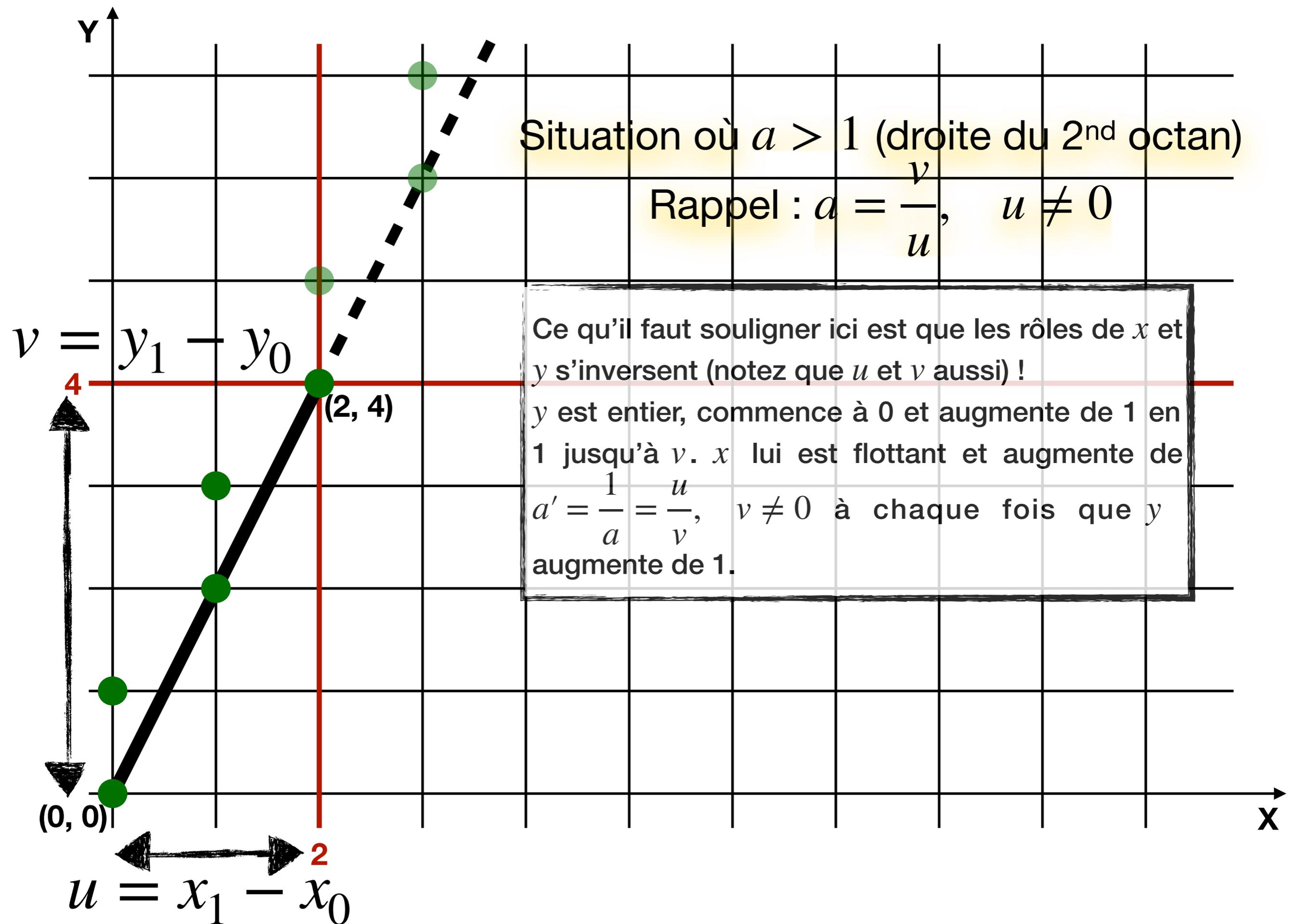
Le dessin du segment se fera en coloriant, avant incrément, chaque coordonnée entière donnée par (x, y) dans le cas ① et par $(x, (\text{int})y)$ dans le cas ②.

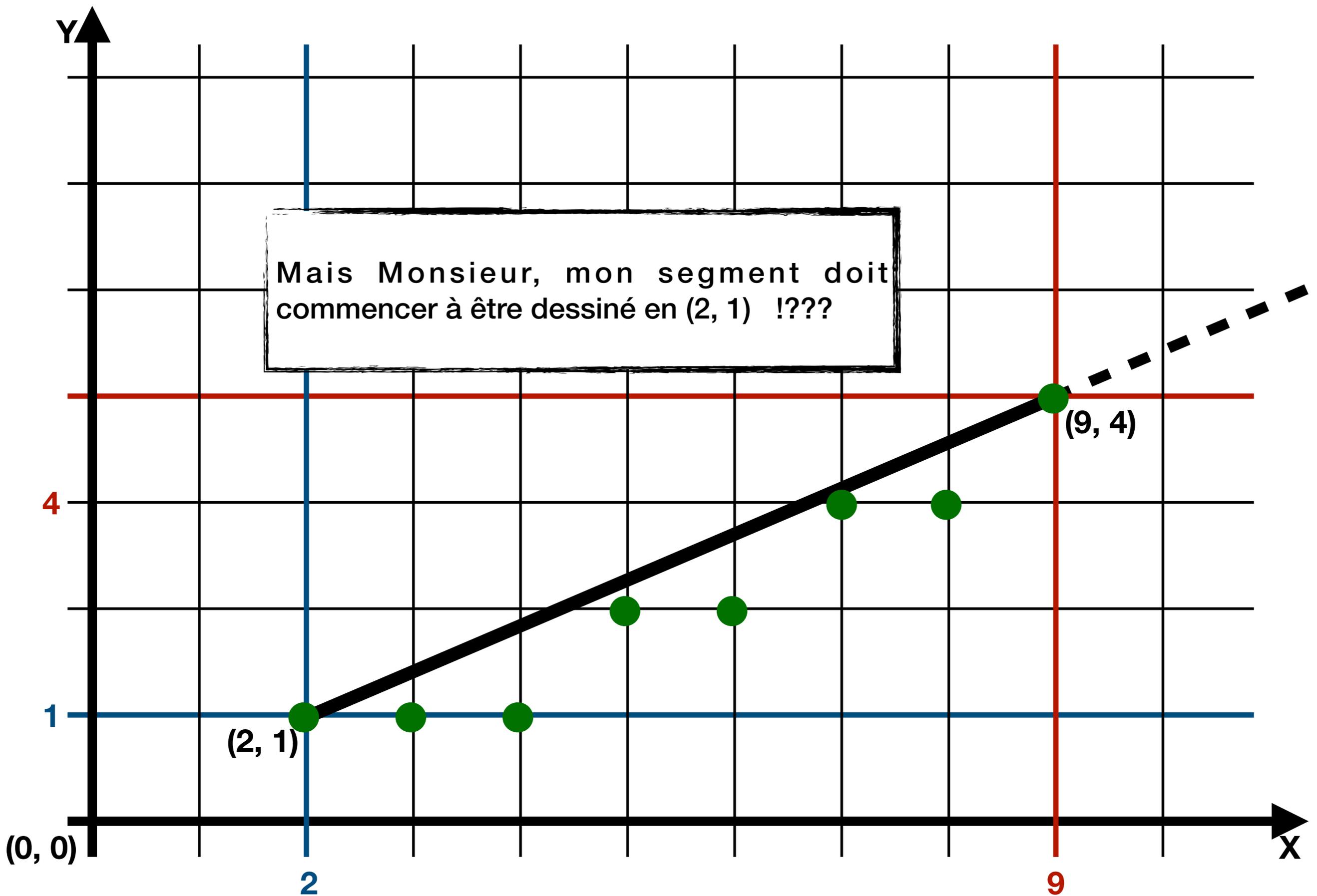
```

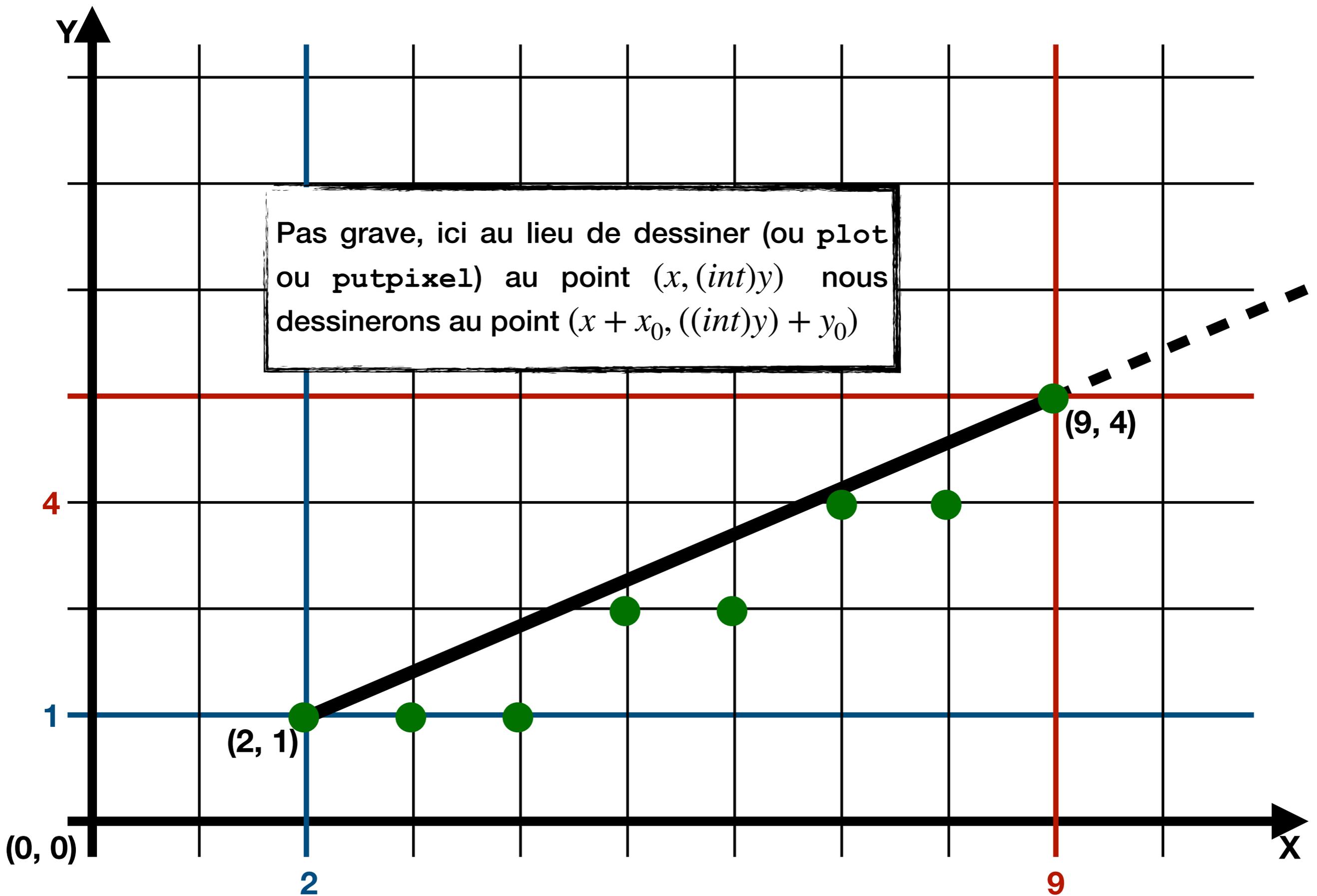
/* un début de fonction line
 * attention à remplacer <type> par le type utilisé pour un pixel
 * par exemple int32_t
 */
void line(int x0, int y0, int x1, int y1, int W, <type *> image, <type> color) {
    int u = x1 - x0;
    int v = y1 - y0;
    float a = v / (float)u; /* des vérifications à faire avant ... */
    if(a <= 1.0f) { /* pas nécessairement suffisant ... */
        float y = 0.0f;
        for(int x = 0; x <= u; ++x) {
            image[((int)y) * W + x] =color; /* plot(x, (int)y) */
            y += a;
        }
    }
}

```

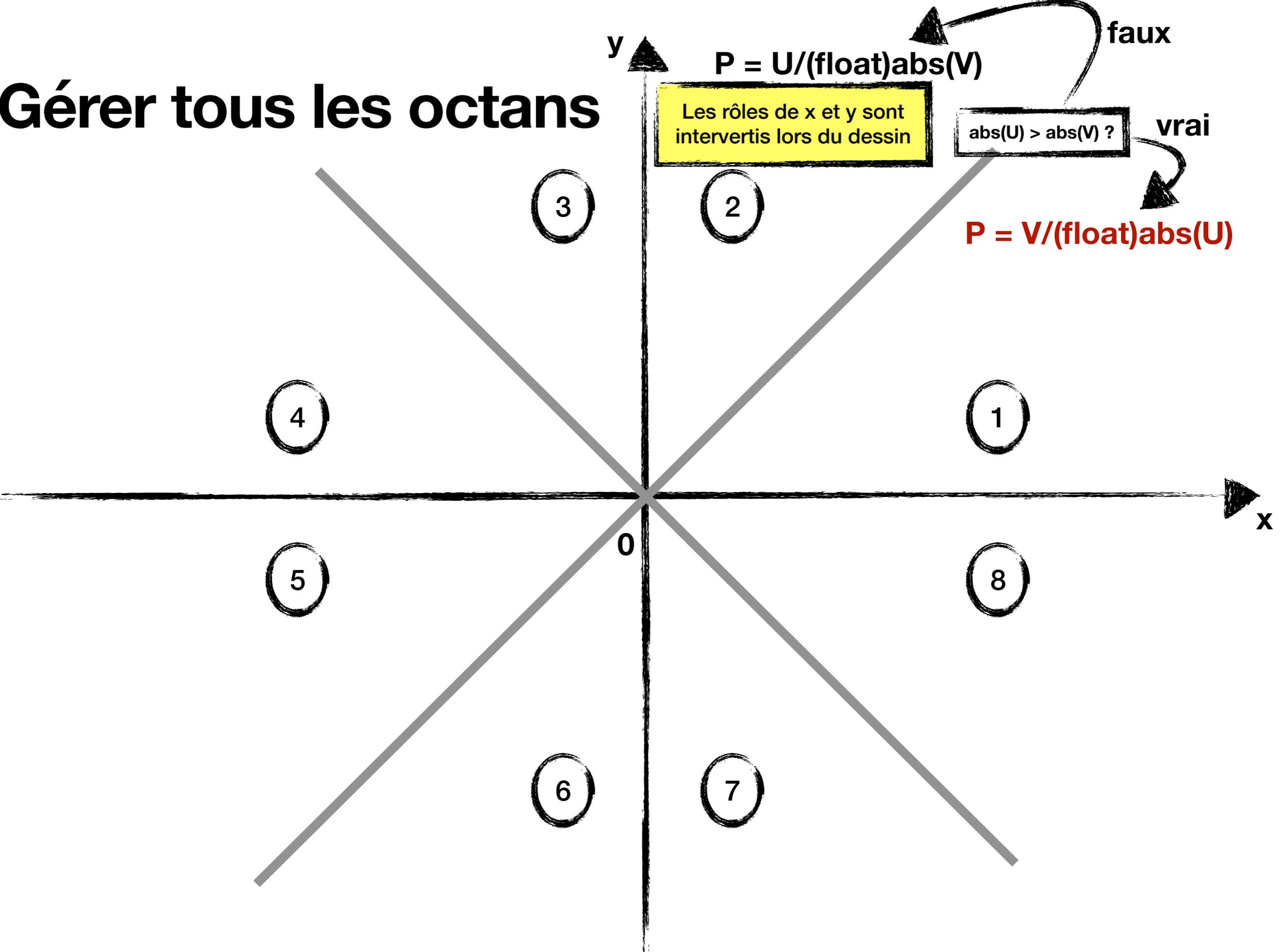








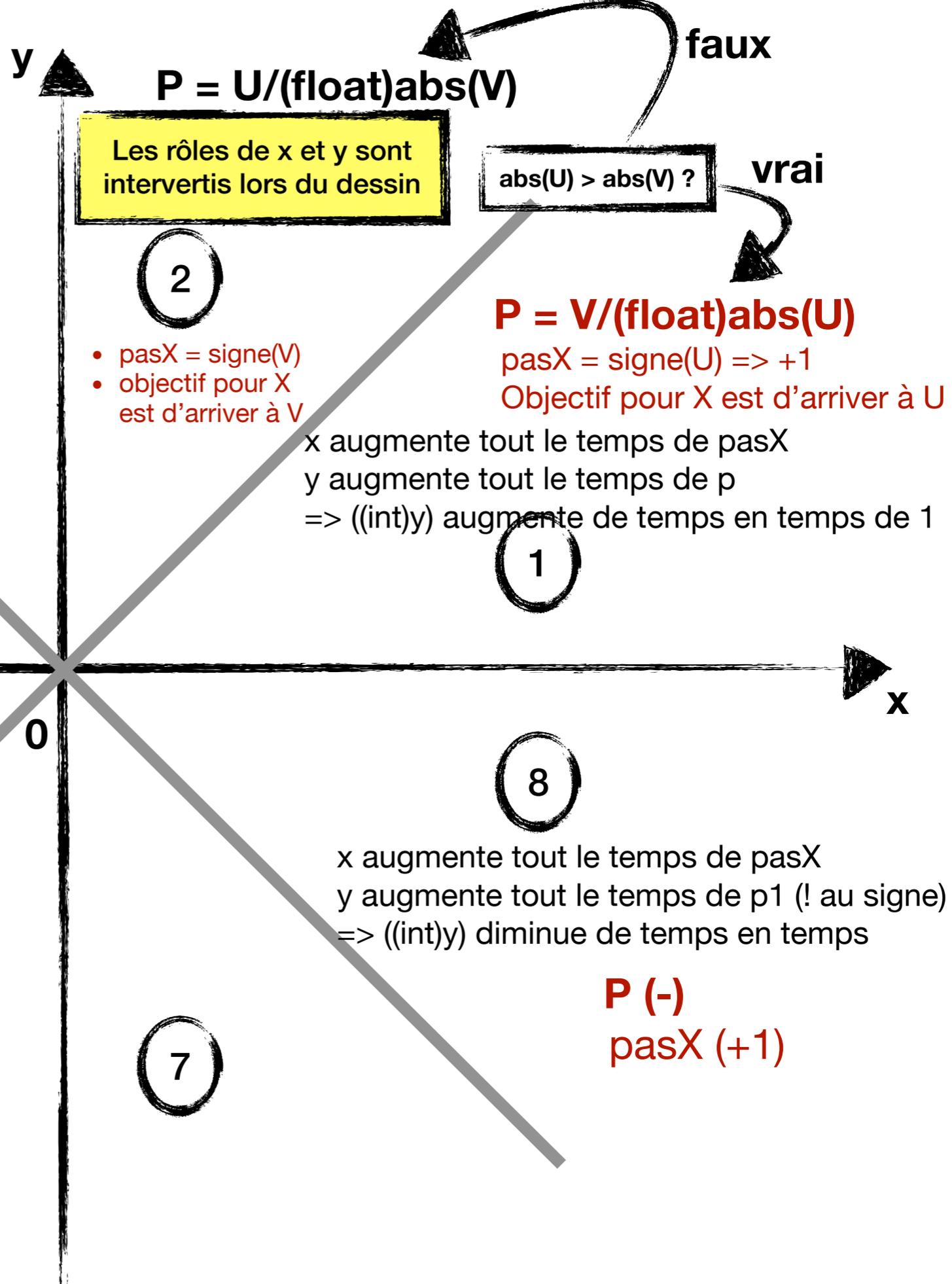
Gérer tous les octans



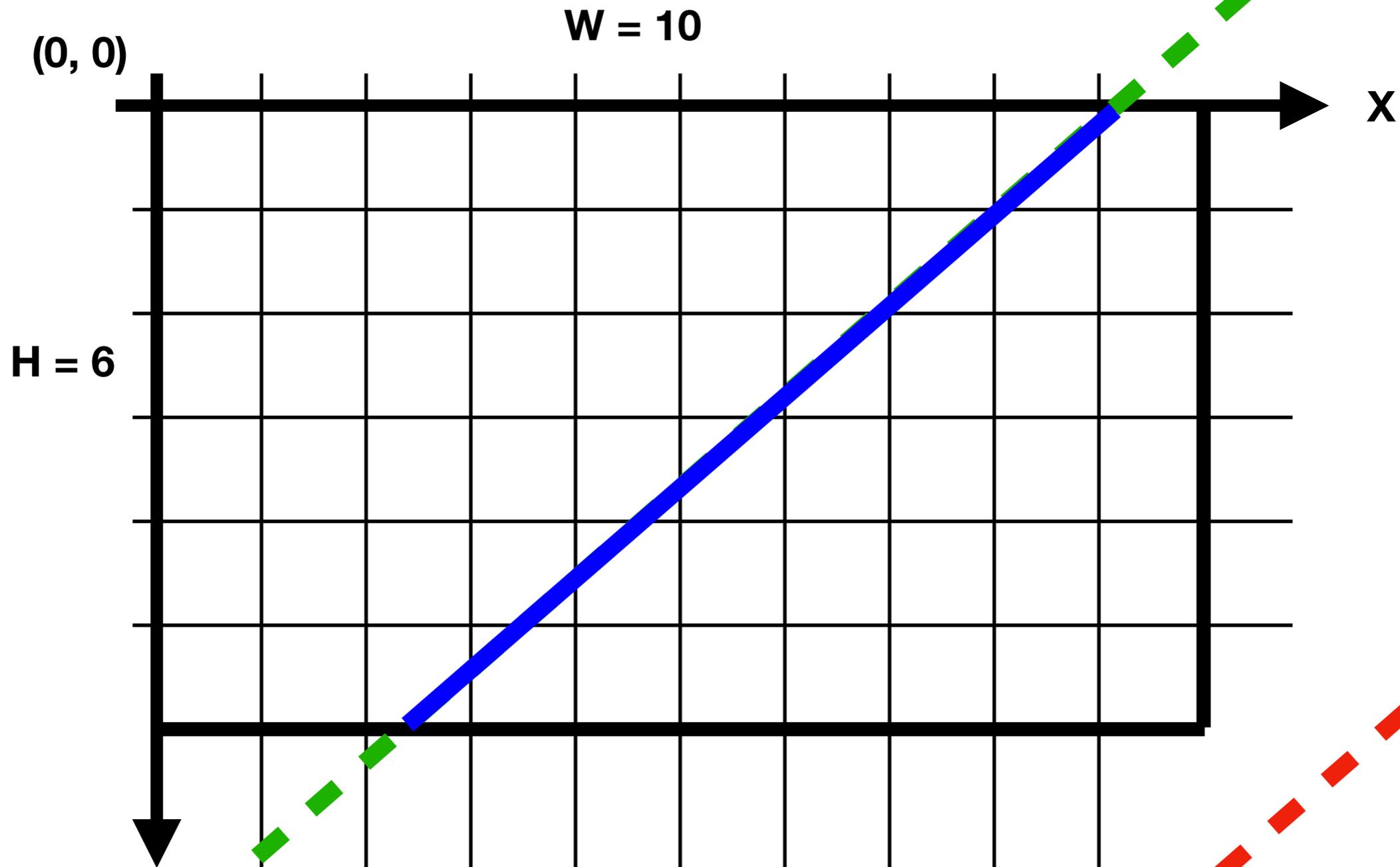
Et comment faire pour gérer tous les octans ?

- On gère par distinction entre premier et deuxième octan en utilisant les valeurs absolues de u et v .
- On a donc deux cas possibles :
$$\left\{ \begin{array}{l} |u| \geq |v| \rightarrow a = \frac{v}{|u|} \leq 1 \quad (1) \\ |u| < |v| \rightarrow a' = \frac{1}{a} = \frac{u}{|v|} \leq 1 \quad (2) \end{array} \right.$$
- On gère donc les octans manquants par symétrie, le pas entier de x devient négatif (et son extremum aussi) **et/ou** la pente devient négative pour gérer les segments sur <octan 4>, **<octan 5>**, ou <octan 8> à partir du cas (1). Le pas de y devient négatif (et son extremum aussi) **et/ou** l'inverse de la pente devient négative pour gérer les segments sur <octan 3>, **<octan 6>**, ou <octan 7> à partir du cas (2).

```
#define signe(a) ((a) < 0 ? -1 : 1)
```



Penser aussi à éviter des situations problématiques (points en dehors de l'image)



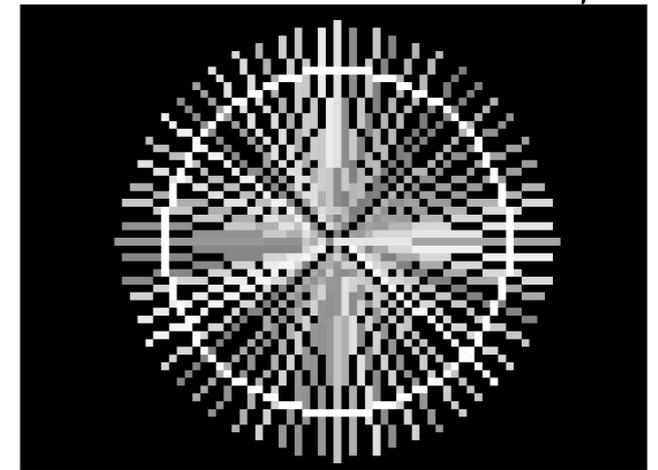
Pratique (à finaliser en cours)

Dans le dépôt GIT du cours, le dossier
00_basiques/drawLineInBMP-1.0

Faire en sorte d'obtenir ce qui attendu à l'exercice 4,
les exercices 1, 2 et 3 vous permettent d'avancer
vers les objectifs de l'exercice 4

```
/*
* Exercice 1 : essayez de dessiner le segment (300, 40, 0, 200, 255),
* ça ne fonctionne pas. Corriger drawLine.
*
* Exercice 2 : essayez de dessiner le segment (40, 40, 80, 200, 255),
* ça ne fonctionne pas. Corriger drawLine.
*
* Exercice 3 : essayez de dessiner le segment (-10, -10, 480, 600,
* 255), ça ne fonctionne pas. Corriger drawLine.
*
* Exercice 4 : dessiner (si ça marche) toutes les positions d'une
* aiguille trotteuse en variant les intensités de gris. Vous pouvez
* utiliser cos et sin (inclure math.h) tels que :
*
* for (float angle = 0.0f, rayon = 80.0f; angle < 2.0f * M_PI; angle += 0.5f)
*     drawLine(image, W, W/2, H/2, W/2 + rayon * cos(angle), H/2 + rayon * sin(angle), rand()%256);
*
* Exercice 5 (BONUS) : l'équation d'un cercle est donnée par
*  $(x - x_0) * (x - x_0) + (y - y_0) * (y - y_0) = \text{rayon} * \text{rayon};$ 
* --->> écrire drawCircle qui dessine un cercle sur la base de cette équation.
*/
```

Doit ressembler à ça



Maintenant, on va plus Loin

Analyse Discrète Différentielle (ADD)

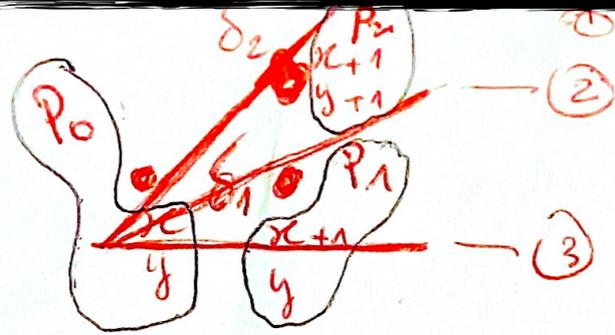
Bresenham 1965 => la droite :

- https://en.wikipedia.org/wiki/Bresenham%27s_line_algorithm
- Mais aussi gl4dpLine (voir code source de GL4Dummies fichier gl4dp.c)

Bresenham 1977 => le cercle :

- <http://public.callutheran.edu/~reinhart/CSC505/Week1/BresenhamCircles.pdf>
- Mais aussi gl4dpCircle (voir code source de GL4Dummies fichier gl4dp.c)

Exposé (à détailler) en cours



- ① $\delta_1 < 0$ & $\delta_2 < 0 \rightarrow p_2$
- ② $\delta_1 < 0$ & $\delta_2 \neq 0 \rightarrow ?$
- ③ $\delta_1 > 0$ & $\delta_2 > 0 \rightarrow p_1$



\Rightarrow

- ① $\delta_1 + \delta_2 < 0 \rightarrow p_2$
- ③ $\delta_1 + \delta_2 > 0 \rightarrow p_1$
- ② ? mais est-ce que condition de ① et ②
fonctionnement \rightarrow oui!

$$\Delta = \delta_1 + \delta_2$$

$$\Delta = (uy - v(x+1)) + (u(y+1) - v(x+1))$$

eq: $y - \frac{v}{u}x = 0$

ou $uy - vx = 0$

$$\Delta = 2uy - 2vx + u - 2v$$

qd $x=y=0$

$$\Delta_1 = u - 2v$$

$|x=1$

$$\Delta_0 = 0$$

$|x=0$

Comment varie Δ ?

$x \rightarrow x+1$

* si p_1 choisi: $\delta \Delta_1 = (2uy - 2v(x+1) + u - 2v) - (2uy - 2vx + u - 2v)$

$$\delta \Delta_1 = -2v \Rightarrow \text{inc } 1 = -2v$$

* si p_2 choisi: $\delta \Delta_0 = (2u(y+1) - 2v(x+1) + u - 2v) - (2uy - 2vx + u - 2v)$

$$\delta \Delta_0 = 2u - 2v \Rightarrow \text{inc } 0 = 2u - 2v$$